

Ringspule mit Eisenkern

Anordnung siehe Aufgabenblatt oder folgende Seite.

a) Voraussetzungen: **Der Ringkern ist geschlossen.** H , B und Φ seien unabhängig von r und gleich den Werten auf der Mittellinie ($r = r_m$).

Allgemein gilt bei stationären Strömen: $\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I_{\text{umschlossen}}$ bzw. $\text{rot } \vec{H} = \vec{j}$

Man betrachtet hier als geschlossenen Weg den Kreis mit Radius r_m . Dieser wird vom Gesamtstrom $N \cdot I$ durchflossen. Damit gilt: $\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = N \cdot I$

Wegen $\vec{H} \parallel d\vec{s}$ und $H = H(r_m) = \text{const.}$ folgt: $H(r_m) \cdot 2\pi \cdot r_m = N \cdot I$
oder: $H(r_m) = \frac{N \cdot I}{2\pi \cdot r_m}$

Die Stromstärke I berechnet man aus der angelegten Spannung U und den Daten der

Ringspule:
$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{\rho \cdot \frac{l}{A_D}} = \frac{U}{\rho \cdot \frac{N \cdot 2\pi \cdot \Delta r}{A_D}} = \frac{U \cdot A_D}{\rho \cdot N \cdot 2\pi \cdot \Delta r} \quad (= 15,2 \text{ A})$$

Damit erhält man für den Betrag der magnetischen Feldstärke im Eisenkern:

$$H_e = H(r_m) = \frac{U \cdot A_D}{4\pi^2 \cdot r_m \cdot \rho \cdot \Delta r}$$
$$H_e = H(r_m) = \frac{40\text{V} \cdot 0,75 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}{4\pi^2 \cdot 0,15\text{m} \cdot 1,75 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 1,93 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Magnetische Flussdichte im Kern:

$$B_e = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot H_e = 70 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 1,93 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 1,70 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = 1,70 \text{ T}$$

Magnetischer Fluss im Kern:

$$\Phi_e = B_e \cdot A = B_e \cdot \pi \cdot (\Delta r)^2 = 1,70 \text{ T} \cdot \pi \cdot (0,015\text{m})^2 = 1,20 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}$$

Berechnung der Selbstinduktivität L :

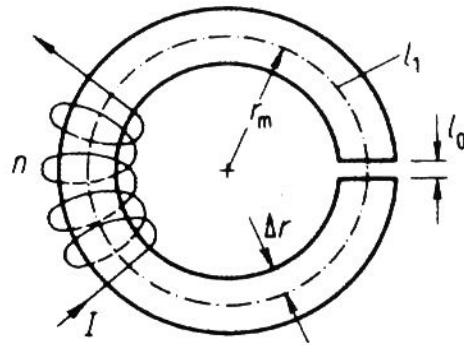
(Anmerkung: Die meistens üblichen Minuszeichen (-) haben ohne Bezugspfeile überhaupt keinen Sinn und sollten entfallen; vgl. Diskussion in den Übungen)

Mit dem Induktionsgesetz: $U_i = (-)N \cdot \Phi = (-)N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$ oder: $\int U_i dt = (-)N \cdot \Delta\Phi$

und der Definition der Selbstinduktivität: $U_i = (-)L \cdot \dot{I} = (-)L \cdot \frac{dI}{dt}$ oder: $\int U_i dt = (-)L \cdot \Delta I$

folgt allgemein (differentiell): $L = N \cdot \frac{d\Phi}{dI}$ oder (integral): $L = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta I}$

Damit erhält man hier: $L = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta I} = N \cdot \frac{\Phi_e}{I} = 1200 \cdot \frac{1,20 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}}{15,2 \text{ A}} = 95 \text{ mH}$



b) Voraussetzungen: Der Kern ist nun mit einem Luftspalt versehen. H , B und Φ seien weiterhin unabhängig von r und gleich den Werten auf der Mittellinie ($r = r_m$).

An der Grenzfläche Eisenkern-Luftspalt ändern sich \vec{B} und Φ nicht, da $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$ gilt.

(Annahmen: \vec{B} verläuft im gesamten betrachteten Bereich senkrecht zur Grenzfläche da Streufelder wegen der geringen Breite des Luftspalts vernachlässigt werden können).

Also gilt im Spalt: $H_0 = \frac{B_e}{\mu_0}$ und im Eisenkern: $H_1 = \frac{B_e}{\mu_r \cdot \mu_0}$

Damit folgt mit: $\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = N \cdot I$ und hier speziell: $\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_0 \cdot l_0 + H_1 \cdot l_1$

$$N \cdot I = H_0 \cdot l_0 + H_1 \cdot l_1 = B_e \cdot \left(\frac{l_0}{\mu_0} + \frac{l_1}{\mu_r \cdot \mu_0} \right) = B_e \frac{\mu_r \cdot l_0 + l_1}{\mu_r \cdot \mu_0} = B_e \frac{\mu_r \cdot l_0 + 2\pi \cdot r_m - l_0}{\mu_r \cdot \mu_0}$$

Somit gilt für die Stromstärke I , die nötig ist um bei der Spaltbreite l_0 die magnetische

Flussdichte $B_e = B_{\text{Spalt}}$ zu erzeugen: $I = \frac{B_e}{N} \cdot \frac{(\mu_r - 1) \cdot l_0 + 2\pi \cdot r_m}{\mu_r \cdot \mu_0}$

Um dieselbe Flussdichte wie in Aufgabe a) zu erzeugen, ist die Stromstärke

$$I = \frac{1,70 \text{ T}}{1200} \cdot \frac{(70 - 1) \cdot 10^{-3} \text{ m} + 2\pi \cdot 0,15 \text{ m}}{70 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}} = 16,3 \text{ A} \quad \text{nötig.}$$

Die magnetische Feldstärke im Luftspalt beträgt damit:

$$H_0 = \frac{B_e}{\mu_0} = \mu_r \cdot H_e = 70 \cdot 1,93 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 1,35 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

und im Kern: $H_1 = \frac{B_e}{\mu_r \cdot \mu_0} = H_e = 1,93 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}}$

c) Wir betrachten die Energie im Luftspalt: $W = \frac{1}{2} B \cdot H \cdot A \cdot l_0 = \frac{1}{2} \Phi_e \cdot H_0 \cdot l_0$

Für den Betrag der Kraft gilt: $F = \frac{dW}{dl_0}$

Man bestimmt: $F = \frac{1}{2} \Phi_e \cdot H_0 = \frac{1}{2} \cdot 1,20 \cdot 10^{-3} \text{ Vs} \cdot 1,35 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 810 \text{ N}$