

Aufgabe 1

Integrieren Sie die Bewegungsgleichungen $m\ddot{\vec{x}} = \vec{F}$ für

a) $\vec{F} = \vec{F}_0 \sin \omega t$,

b) $\vec{F} = -\kappa \dot{\vec{x}}$,

c) $\vec{F} = -k\vec{x}$.

(1 Punkt)

Aufgabe 2

a) Berechnen Sie für das Kraftfeld

$$\vec{F}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} x_1 x_2 \\ x_2 x_3 \\ x_3 x_1 \end{pmatrix}$$

das Kurvenintegral

1. längs der Geraden vom Punkt $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ zum Punkt $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$,

2. längs des aus den drei Geraden von $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ nach $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, von $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ nach $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

und von $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ nach $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ zusammengesetzten Weges.

Ist $\vec{F}(\vec{x})$ konservativ? Kann man das einfacher prüfen?

(2 Punkte)

b) Für das Kraftfeld

$$\vec{F}(\vec{x}) = \vec{\omega} \times \vec{x}$$

($\vec{\omega}$ = konstanter Vektor) berechne man die Arbeit längs des Kreises mit Radius 1 um den Ursprung, der in einer Ebene senkrecht zu $\vec{\omega}$ liegt. Man begründe anschaulich, daß das Resultat nicht Null sein kann.

(1 Punkt)

Aufgabe 3

Stellen Sie die LAGRANGEschen Bewegungsgleichungen für ein sphärisches Pendel auf, d.h. für einen Massenpunkt, der an einem starren, gewichtslosen Stab befestigt ist.

(2 Punkte)

Aufgabe 4

Ein Teilchen bewege sich in einen Zentralkräftefeld, das durch das Potential

$$V = -k \frac{e^{-ar}}{r}$$

gegeben ist. Darin sind k und a positive Konstanten.

Diskutieren Sie qualitativ die Art der Bewegung. Verwenden Sie dabei die Methode des äquivalenten eindimensionalen Potentials.

(2 Punkte)

Aufgabe 5

Ein Geschöß werde horizontal entlang der Erdoberfläche abgeschossen.

Zeigen Sie, daß die Winkelabweichung von der Abschußrichtung, die von der CORIOLISKraft herrührt, in erster Näherung der Zeit proportional ist, mit dem Proportionalitätsfaktor

$$\omega \cos \theta,$$

wobei ω die Winkelfrequenz der Erddrehung und θ die Polhöhe sind. Die Richtung der Abweichung weist auf der nördlichen Halbkugel nach rechts.

(3 Punkte)

