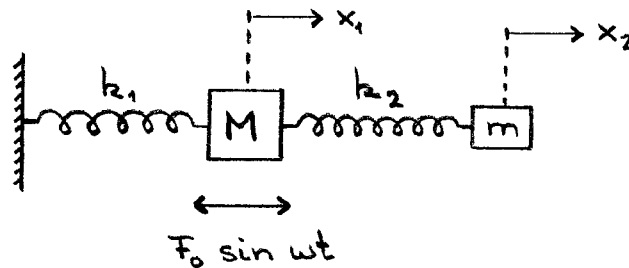




Schwingungstilger

Um die Amplitude der Schwingungen einer Maschine (Masse M , Federkonstante k_1) zu reduzieren, wird ein Tilger mit Masse m über eine Feder (Kraftkonstante k_2) angekoppelt. Wie aus der Skizze ersichtlich, soll die Bewegung längs der x -Achse erfolgen; die Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage werden mit x_1 und x_2 bezeichnet. Die Bewegungen des Systems sollen ohne und mit äußerer harmonischer Kraft, welche an M angreift, untersucht werden.



1. Bewegung ohne äußere Kraft ($F_0 = 0$)

(5 Punkte)

- a) Stellen Sie die Lagrangefunktion für das System auf und berechnen Sie die Bewegungsgleichungen. Verwenden Sie dabei folgende Abkürzungen:

$$\omega_1^2 = \frac{k_1}{M}, \quad \omega_2^2 = \frac{k_2}{m}, \quad \mu = \frac{m}{M}.$$

Ermitteln Sie mit einer Legendretransformation die Hamiltonfunktion und verifizieren Sie den Energiesatz.

- b) Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen Ω_1, Ω_2 des Systems. Vereinfachen Sie die Ergebnisse für den Spezialfall $\omega_1 = \omega_2, \mu = 1/2$ und berechnen Sie für diesen Fall die Eigenschwingungen. Geben Sie die allgemeine Bewegung des Systems an.

2. Harmonische Anregung ($F_0 = k_1 A$)

(5 Punkte)

- a) Nun wirke auf M die harmonische Kraft $F = k_1 A \sin \omega t$ mit $\omega \neq \Omega_{1,2}$. Bestimmen Sie eine spezielle Lösung der Bewegungsgleichungen, indem Sie vom Ansatz

$$x_1(t) = C_1 \sin \omega t + D_1 \cos \omega t, \quad x_2(t) = C_2 \sin \omega t + D_2 \cos \omega t$$

ausgehen.

- b) Skizzieren Sie den Verlauf von $C_1(\omega)$ und $C_2(\omega)$. Für welche Frequenz ω ist die Masse M in Ruhe? Wie groß ist in diesem Fall die Amplitude des Tilgers m im Verhältnis zum stationären Resultat $C_2(0)$?

