

Aufgabe 3 (2.5 Punkte)

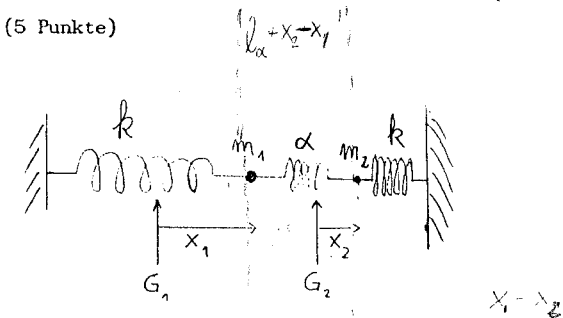
Ein homogener Würfel der Masse M und Kantenlänge a liegt mit einer Ecke im Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems, dessen Achsen parallel zu den Würfelkanten sind.

- Berechnen Sie den Trägheitstensor des Würfels bezüglich des Ursprungs in dem gegebenen Koordinatensystem.
- Der Würfel rotiert mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um die z -Achse. Wie groß ist seine kinetische Energie?

Zusatz-Aufgabe (1.5 Punkte)

Zwei Teilchen der Massen m_1 und m_2 an den Orten \vec{r}_1 und \vec{r}_2 im dreidimensionalen Raum ohne äußere Kräfte wechselwirken miteinander über das Potential $V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$. Berechnen Sie die Energie der Relativbewegung als erstes Integral der entsprechenden Bewegungsgleichung.

Geben Sie die Erhaltungsgrößen der Relativbewegung und des Gesamtsystems an.

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Zwei Teilchen der Masse m_1 und m_2 sind untereinander durch eine Feder der Federkonstante α und mit zwei starren Wänden durch zwei gleiche Federn der Federkonstanten k verbunden. Betrachten Sie die eindimensionale Bewegung der Teilchen senkrecht zu den Wänden. (In den Gleichgewichtslagen G_1 und G_2 der Teilchen sind die masselosen Federn entspannt. Vom Gravitationsfeld kann abgesehen werden.)

- Geben Sie die Lagrange-Funktion des Systems an und stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf.
- Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen und Normalschwingungen.
- Berechnen Sie die Eigenfrequenzen und Normalschwingungen für den Fall $m_1 = m_2 = m$.

Aufgabe 2 (2.5 Punkte)

Ein Stab der Eigenlänge ℓ_0 ruht in einem System S' . Er liegt in der

(x', y') -Ebene und schließt mit der x' -Achse einen Winkel $\varphi' = \arcsin \frac{4}{5}$ ein.

S' bewege sich mit konstanter Geschwindigkeit v parallel zur x -Achse eines anderen Bezugssystems S .

- Wie groß muß v sein, damit der Stab einen Winkel $\varphi = 60^\circ$ mit der x -Achse einschließt?
- Bestimmen Sie die Länge des Stabes in S unter diesen Bedingungen.