

## Masse, Kraft und Beschleunigung

### **Masse:**

Seit 1889 ist die Einheit der Masse wie folgt festgelegt:

**Das Kilogramm ist die Einheit der Masse; es ist gleich der Masse des Internationalen Kilogrammprototyps.**

Einzige Einheit, die durch einen Prototyp-Körper dargestellt wird



Internationaler Prototyp 1 Kilogramm:

Zylinder mit 39 mm Höhe und 39 mm Durchmesser;

Legierung von 90% Platin und 10% Iridium;

Problem: Masse des Prototypen verändert sich langsam im Laufe der Zeit.

24

Ursprünglich Zurückführung der Masseneinheit auf das Meter:

vor 1889 war 1 kg definiert als die Masse von 1dm<sup>3</sup> Wasser.

Heute wird versucht, die Definition des Kilogramms über eine Naturkonstante, die Avogadro-Konstante  $N_A$  auf eine Atommasse zurückzuführen.

12 Gramm =  $N_A \cdot$  Masse von <sup>12</sup>C (  $N_A = 6,022\ 136\ 7 \cdot 10^{23}$  mol<sup>-1</sup>)

**Das Mol ist diejenige Substanzmenge eines Systems, diesoviele elementare Einheiten enthält, wie Atome in 0,012 kg <sup>12</sup>C.**

Messen einer Masse hieße dann „einfach“ Zählen von Atomen.



Massenbestimmung durch Gewichtsvergleich

Hochauflösende 1-kg-Komparatorwaage

Vergleich unter Luftdruck und Vakuum möglich.

Die Waage besitzt einen Fehler von 10<sup>-9</sup> kg.

25

## Bewegung von Massen:

Galileo Galilei stellte fest:

*Eine geradlinig gleichförmige Bewegung einer Masse mit konstanter Geschwindigkeit bedarf keiner Ursache sondern geht aus sich heraus immer weiter. → Trägheitsprinzip*

Ruhe ist nur ein Spezialfall der geradlinig gleichförmige Bewegung ( $v = 0$ )

Um die Geschwindigkeit einer Masse zu verändern, muß auf die Masse eine Kraft wirken.

Isaac Newton (1643-1727) stellte folgendes Axiom auf:

$$F = m \cdot a$$

*Kraft = Masse · Beschleunigung*  
® Aktionsprinzip

Beschleunigung ist die Änderung der Geschwindigkeit

26

Herausragende Leistung der Abstraktion zu damaliger Zeit.

Axiome widersprechen eigentlich der Alltagserfahrung:

1. Durch Reibung kommt jeder Körper irgendwann zur Ruhe.
2. Jeder Körper unterliegt der Erdanziehungskraft und wird ggf. auch dadurch beschleunigt.

Alltagsbedingungen: Erdanziehung, Luft-Umgebung, Temperatur 300 K, etc.

Idealisiert: Keine Gravitationskraft, Vakuum, absoluter Nullpunkt.

Vorstellung zum Verständnis der mechanischen Gesetze am besten:  
kleine Massen, die durchs Weltall fliegen

Im Experiment: Kompensation oder Vernachlässigung der Umgebungseinflüsse

Versuch: Geradlinig gleichförmige Bewegung auf Luftkissenschiene

27

## Beschleunigung

- Beschleunigung ist die zeitliche Änderung der Geschwindigkeit.
- Mathematische Beschreibung durch Ableitungsbegriff.
- Die Infinitesimalrechnung ist parallel zur Physik entstanden, um physikal. Phänomene zu beschreiben.
- Mathematik bietet daher die Möglichkeit, physikalische Zusammenhänge mathematisch präzise zu formulieren und Vorhersagen zu berechnen.

Beschreibung einer Änderung, Beispiel:

In der Zeit von 12:00:00 bis 12:00:02 Uhr ändert sich die Geschwindigkeit der Masse  $m$  von 5,0 m/s auf 5,4 m/s.

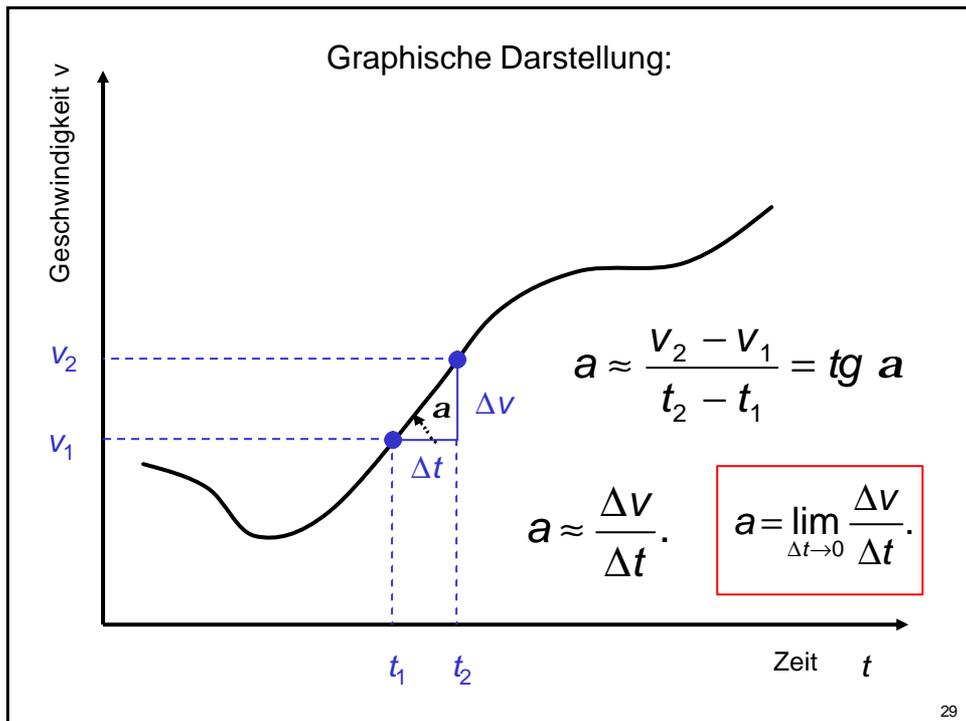
Beschleunigung = Änderung der Geschwindigkeit / Verstrichene Zeit

$$a = 0,4 \text{ m/s} / 2 \text{ s}$$

$$a = 0,2 \text{ m/s}^2$$

Für korrekte Berechnung dauernder Veränderungen müssen Zeitintervalle klein sein.

28



## Mathematische Formulierung:

Die momentane Geschwindigkeit  $v$  zu jedem Zeitpunkt  $t$  wird durch die Funktion  $v(t)$  beschrieben.

Berechnung der Änderung wie eben:

$$a = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Für präzise Berechnung muss  $\Delta t$  sehr klein sein

Deshalb Grenzübergang  $\Delta t \rightarrow 0$  (Mathematischer Ableitungsbegriff).

Wird ausgedrückt durch die Schreibweise  $dt$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$a$  ist selbst wieder eine Funktion von der Zeit:  $a(t)$

Ableitungen nach der Zeit werden auch abgekürzt geschrieben:

$$a(t) = \dot{v}(t)$$

30

Ebenso kann man die Geschwindigkeit definieren:

Der momentane Ort  $x$  zu jedem Zeitpunkt  $t$  wird durch die

Funktion  $x(t)$  beschrieben. Versuch: Luftkissenschiene,  $x(t)$  Diagramm

Berechnung der Änderung wie eben (Geschwindigkeit = Weg / Zeit):

$$v = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Für präzise Berechnung muss  $\Delta t$  sehr klein sein. Grenzübergang  $\Delta t \rightarrow 0$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

Für die Beschleunigung ergibt sich:

$$v(t) = \dot{x}(t) \quad \text{und} \quad a(t) = \dot{v}(t)$$

$$a(t) = \ddot{x}(t) \quad \text{oder:}$$

$$a(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

31

## Kraft

Definition und Einheit der Kraft leitet sich aus Newton's Aktionsprinzip ab:

$$F = m \cdot a$$

Die Kraft, die eine Masse von 1kg mit  $1\text{m/s}^2$  beschleunigt, wird als 1 Newton bezeichnet.

Die Einheit ist: **Newton = kg m / s<sup>2</sup>**

Wegen dieser Wahl der Einheit tritt keine weitere Proportionalitätskonstante in der Gleichung  $F = m \cdot a$  auf.

Dieses Gesetz bietet auch eine Meßvorschrift für Kräfte. Die Messung wird auf eine Messung von Masse, Länge und Zeit zurückgeführt.

Auch das Gewicht ist eine Kraft, Messung durch Wägung.

32

### Lösung der Bewegungsgleichung $F = m \cdot a$ .

$$a(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \ddot{x} \quad \longrightarrow \quad \frac{F}{m} = \ddot{x} = a$$

„Integration“ der **Differentialgleichung (Dgl.)**:

Gesucht ist zu vorgegebenem  $a(t) = a_0$  eine spezielle Funktion  $x(t)$ .

Lösungsversuch:

$$x(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + b \cdot t + c.$$

(Beweis durch Differentiation:)

$$\dot{x} = at + b,$$
$$\ddot{x} = a.$$

b, c: Integrationskonstanten,  
b: Anfangsgeschwindigkeit,  
b = v(t=0).  
c: Anfangskoordinate, c = x(t=0).

Speziell für b = 0, c = 0:

$$x(t) = \frac{1}{2} at^2.$$

Der unter dem Einfluß einer Kraft F (Beschleunigung a) zurückgelegte Weg wächst quadratisch mit der Zeit.

31

Versuch: Kraftmessung durch Beschleunigung auf Luftkissenschiene.

Messung der Funktion  $x(t)$  einer beschleunigten Masse

Anpassung der Meßdaten durch Parabel

$$x(t) = k \cdot t^2 \quad k = \text{const.}$$

Berechnung der Geschwindigkeit  $v(t)$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = k \cdot 2t$$

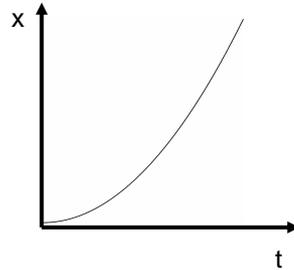
Berechnung der Beschleunigung  $a(t)$

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = k \cdot 2 = \text{const.}$$

Aus der Konstanten  $k$  wird  $a = 2k$  berechnet.

Die Beschleunigung wurde durch eine konstante Kraft verursacht.

$$F = m \cdot a = m \cdot 2k$$



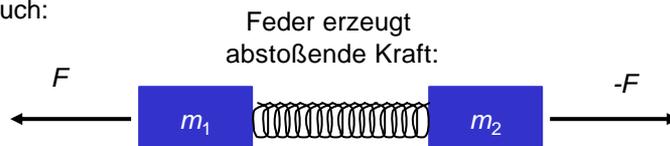
33

Kräfte besitzen eine weitere wichtige Eigenschaft:

Newton formulierte sie in seinem dritten Axiom:

Wenn die Kraft  $F$ , die auf einen Körper (Masse) wirkt, ihren Ursprung in einem anderen Körper (Masse) hat, so wirkt auf diesen die entgegengesetzt gleiche Kraft ( $-F$ ). ® Reaktionsprinzip

Versuch:



Die Kraft  $F$  wirkt auf Masse  $m_1$  und hat ihren Ursprung in Masse  $m_2$

Masse  $m_1$  wird durch die Kraft  $F$  beschleunigt,

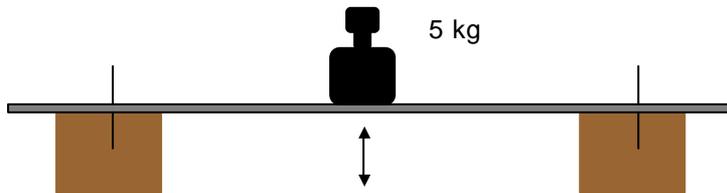
Masse  $m_2$  wird durch die entgegengesetzte Kraft  $-F$  beschleunigt.

Versuch: Demonstration auf Luftkissenbahn

35

Das Prinzip von Kraft und Gegenkraft gilt auch, wenn keine Beschleunigungen auftreten:

Versuch: Durchbiegung einer mit Gewicht belasteten Tischplatte



Die Gewichtskraft der Masse wirkt auf den Balken (Kraft zeigt nach unten). Die Durchbiegung des Balkens (elastische Verformung) bewirkt Kraft auf das Gewichtsstück. (Kraft zeigt nach oben).

36

Gewicht ist der Spezialfall einer Kraft auf eine Masse in einem Gravitationsfeld. Ein frei fallender Körper führt unter dem Einfluß dieser Kraft eine gleichförmig beschleunigte Bewegung aus.

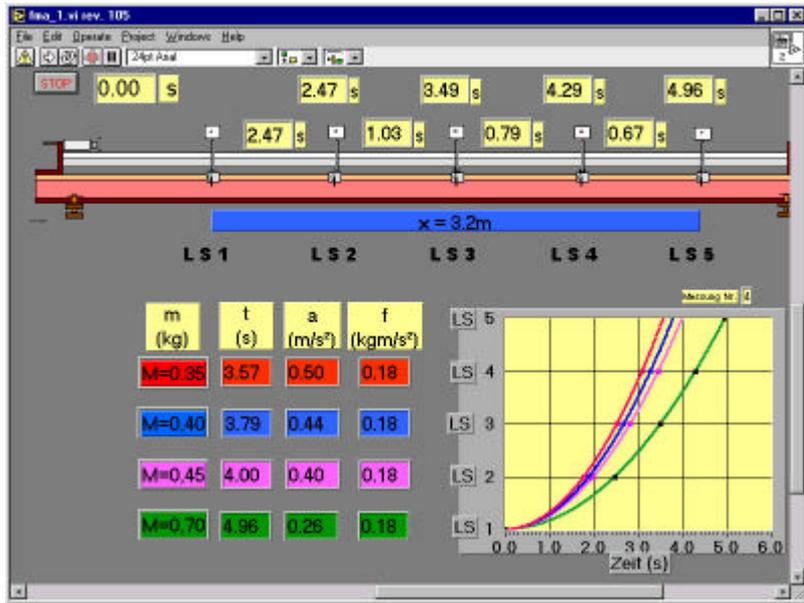
Natürlich gilt das Reaktionsprinzip auch hier:

Der fallende Körper übt seinerseits eine anziehende Kraft von der Größe seines Gewichts auf die Quelle der Gravitationsfeldes aus.

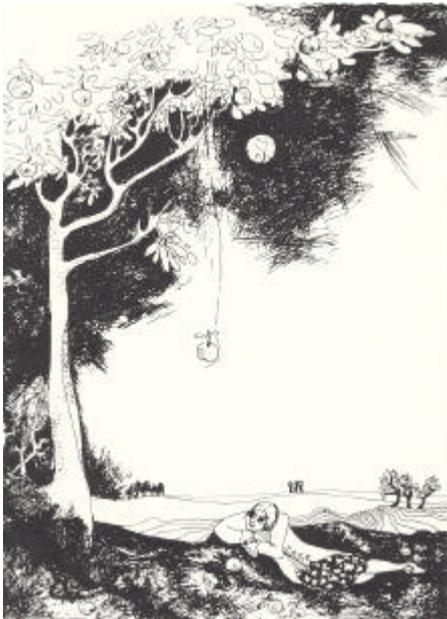
Beide Körper fallen aufeinander zu.

Ruht ein schwerer Körper unter dem Einfluß von Gravitation, so wirkt eine Gegenkraft gleicher Größe auf ihn, die dem Gewicht entgegenwirkt (z. B. infolge Durchbiegung der Tischplatte).

37



37



Isaac Newton (1643-1727)  
entdeckt die Gravitation  
(1666).

37

In der Natur gibt es 4 verschiedene Kräfte (Wechselwirkungen):

1. Gravitation (noch nicht vollständig verstanden!)
2. elektromagnetische Wechselwirkung
3. schwache Wechselwirkung
4. starke Wechselwirkung

Im alltäglichen Leben verursachte Kräfte können auf Gravitation und elektromagnetische Wechselwirkung zurückgeführt werden.

Beispiele: Erdanziehung, elastische Verformungen (chemische Bindung!).

Starke und schwache Wechselwirkung spielen nur in und in der Nähe von Atomkernen eine Rolle.