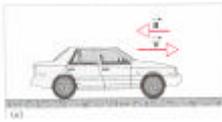


Inertialsysteme, Grenzen der Newtonschen Mechanik

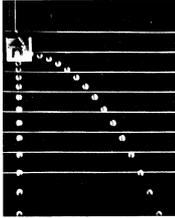
Physikalische Vorgänge kann man von unterschiedlichen Koordinatensystemen aus beobachten.

Beispiel:



Beobachter, $v' = 0$.

In einem sich gleichförmig mit v_0 bewegendem Fahrzeug fällt ein Gegenstand zu Boden. Der Beobachter im Fahrzeug stellt einen eindimensionalen freien Fall fest. Der Außenbeobachter ($v' = 0$) sieht einen zweidimensionalen Fall (Wurfparabel, mit überlagerter Horizontalgeschwindigkeit v_0).



Für den Übergang vom ruhenden Koordinatensystem (x', y', z', t') zum gleichförmig bewegten (v) System (x, y, z, t) gelten offensichtlich die folgenden Transformationen (Galilei-Transformationen):

$$\begin{aligned} x' &= x - v_0 t, \\ y' &= y, \\ z' &= z, \\ t' &= t. \end{aligned}$$

Für die Geschwindigkeiten v, v' ergibt sich:

$$v' = \frac{dx'}{dt} = v - v_0.$$

Die Geschwindigkeiten addieren sich, die Beschleunigungen a, a', g sind unabhängig vom Koordinatensystem, sie sind invariante der

Transformation. Insbesondere die Zeit t ist universell! Invariant sind auch die Kräfte F, F' und die Massen m , d. h. die physikalischen Gesetze in beiden Systemen sind gleich!

157

Die Galilei-Transformationen gelten offenbar **nicht** für beschleunigte Bezugssysteme. Wenn das Fahrzeug während des Fallvorgangs abgebremst wird (negative Beschleunigung), dann treten im Fahrzeug Trägheitskräfte (Scheinkräfte, s. u.) auf. Der Gegenstand erfährt für die Fahrzeuginsassen eine zusätzliche Beschleunigung in x -Richtung, während der ruhende Außenbeobachter die gleiche Wurfparabel wie vorher sieht. Es gilt also jetzt:

$$a \neq a', \quad F \neq F'.$$

Diese Größen sind jetzt **keine** Invarianten mehr, die physikalischen Gesetze in beiden Systemen sind verschieden.

Systeme, in denen keinerlei Trägheitskräfte auftreten, die sich also von einander nur durch eine gleichförmige, geradlinige Bewegung unterscheiden, nennt man **Inertialsysteme**. Diese sind exakt in einem irdischen Labor kaum realisierbar. Rotierende Bezugssysteme (z. B. unsere Erde) sind in Strenge **keine** Inertialsysteme.

In Inertialsystemen gilt wegen $F = F'$ Energie- und Impulserhaltung, wenn man berücksichtigt, daß die Nullpunkte der Skalen für potentielle und kinetische Energie sowie für den Impuls i. a. unterschiedlich sind:

$$mgh_0, \quad \frac{1}{2}mv_0^2, \quad mv_0.$$

158

Anmerkung zu Inertialsystemen:

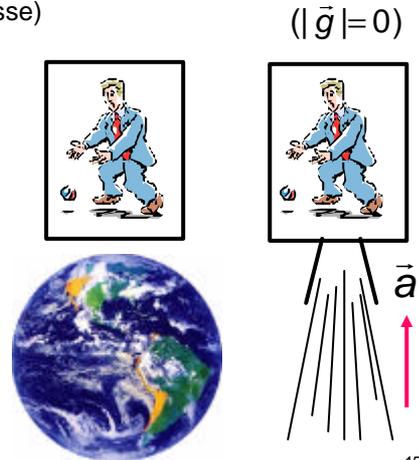
Im Gravitationsfeld frei fallende Systeme sind Inertialsysteme.

Geradlinig beschleunigte Systeme sind nicht zu unterscheiden von Systemen, die im Gravitationsfeld ruhen.

(Gleichheit von träger und schwerer Masse)

Frei fallende Systeme sind zwar beschleunigt, aber Gravitation und Beschleunigung kompensieren sich gerade.

→ Schwerelosigkeit



159

Realisierung von Inertialsystemen an der Erdoberfläche:

1. Kompensation aller äußeren Kräfte durch andere äußere Kräfte.
z.B. Luftkissenschiene (Kompensation der Gravitation)

2. Fallturm

Höhe 110m, evakuiert, Fallzeit ca. 5 s, Endgeschwindigkeit 165 km/h



Fallröhre



Turmspitze mit Deckel



Beim Fallen wirken innerhalb der Kapsel nur innere Kräfte.

160

Weltraumfahrt

Satelliten „fallen um die Erde herum“ → Schwerelosigkeit
Zentrifugalbeschleunigung kompensiert Gravitation



Rotation der Systeme (Erde, Satellit) verursacht kleine Kräfte
Größenordnung 10^{-6} der Erdbeschleunigung (Microgravity)

Interessant: Experimente unter Microgravity-Bedingungen zu inneren
(zwischenmolekularen) Wechselwirkungen in Flüssigkeiten, etc.

161

Scheinkräfte:

Inertialsysteme:

Keine Scheinkräfte

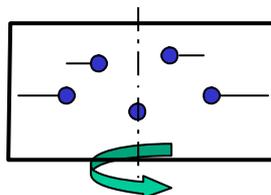
Nicht-Inertialsysteme:

Ein Experimentator in einer beschleunigten, fensterlosen Rakete beobachtet „unerklärliche“ Kräfte. Er kann nicht unterscheiden, ob es sich um äußere Kräfte oder (Trägheits-)Kräfte durch Beschleunigung des eigenen Koordinatensystems handelt.

Gleichheit von träger und
schwerer Masse.

Rotierende Systeme:

Zentrifugalkraft,
Corioliskraft
(Scheinkräfte!)



162

Mechanik bei hohen Geschwindigkeiten

Wir betrachten sich nahezu mit Lichtgeschwindigkeit (v_0) bewegende Teilchen, die elektromagnetische Strahlung („Licht“) aussenden. Nach dem Gesetzen der Galilei-Transformation werden dabei Geschwindigkeiten $> c$ ermöglicht. Zahlreiche mit höchster Präzision ausgeführte Experimente haben gezeigt, daß dies nicht der Fall ist (Michelson-Morley). Ergebnis: Die Lichtgeschwindigkeit ist unabhängig von der Bewegung der Lichtquelle. Es gibt kein Mittel, absolute Geschwindigkeiten zu messen. Dies gilt nicht für Wellenausbreitung in Luft oder Wasser!

Albert Einstein (1879 – 1955) faßte 1905 die Ergebnisse in 2 Postulaten zusammen:



(ca. 1925)

1. Alle Inertialsysteme sind gleichberechtigt für alle physikalischen Gesetze.
2. Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum hat in allen Inertialsystemen den gleichen Wert c_0 , unabhängig von der Bewegung des Beobachters.

Aus (2) folgt: $x^2 + y^2 + z^2 = r^2 = (c_0 t)^2$; (Kugelwelle)

Anderes Inertialsystem: $\rightarrow x'^2 + y'^2 + z'^2 = r'^2 = (c_0 t')^2$.

oder:

$$x^2 + y^2 + z^2 + (ic_0 t)^2 = 0 = x'^2 + y'^2 + z'^2 + (ic_0 t')^2$$

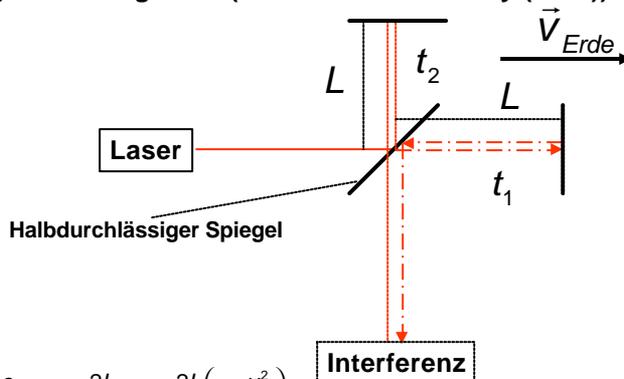
(Invariant gegen eine Transformation zwischen Inertialsystemen (Postulat 1))

163

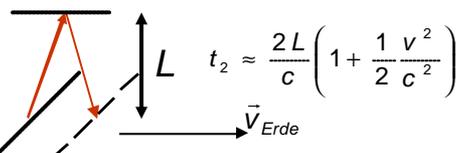
Gibt es einen Einfluß der Bahnbewegung der Erde auf die beobachtete Lichtgeschwindigkeit? (Michelson und Morley (1887))



A. A. Michelson
(1852 - 1931)



$$t_1 = \frac{L}{c+v} + \frac{L}{c-v} = \frac{2Lc}{c^2 - v^2} = \frac{2L}{c \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} \approx \frac{2L}{c} \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)$$



$$t_2 \approx \frac{2L}{c} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right)$$

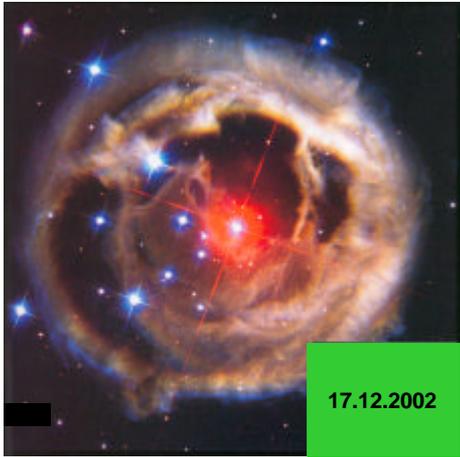
$$\Delta t = t_1 - t_2 \approx \frac{L v^2}{c c^2}$$

Es wurde **keine** Laufzeitdifferenz, d.h. Verschiebung von Interferenzstreifen beobachtet!

164

Beobachtung der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes im Weltraum

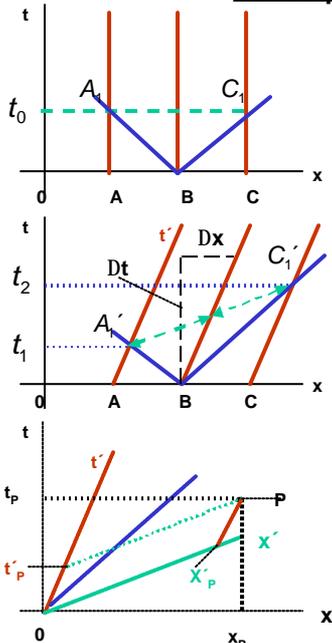
(Aufnahmen des Hubble-Weltraumteleskopes)



$$x^2 + y^2 + z^2 = (c_0 t)^2$$

165

Konsequenzen aus beiden Postulaten



Es gibt keine absolute Gleichzeitigkeit.

Beobachtung in einem Inertialsystem S:

Von einer Signalquelle (B) gehe ein Lichtsignal mit $c = BC / CC_1$ aus, das in den gleichweit von B entfernten Beobachterstationen A, C zum Zeitpunkt t_0 eintrifft.

Jetzt bewegen sich A, B, C mit $v = \Delta x / \Delta t$ längs der roten „Weltlinie“ weg vom Ursprung 0 im Inertialsystem S'. Die Signale treffen in S zum Zeitpunkt t_1 in A_1' und zu t_2 in C_1' ein, also nicht mehr gleichzeitig. In S' müssen aber wegen der Invarianz von c die Signale gleichzeitig eintreffen. Die grüne Linie $A_1'C_1'$ ist also eine Parallele zur x' -Achse in S', die t' -Achse ist parallel zur roten Linie.

Der Übergang vom System S zu S' entspricht einer Koordinaten-(K-)Transformation von dem K.-System (x, t) zu dem (schiefwinkligen) K.-System (x', t') . Diese geometrische Transformation nennt man Lorentz-Transformation. Ein Punktereignis P lässt sich sowohl in S wie in S' darstellen.

166

Lorentz – Transformationen (1899)

S ? S' :

(Hendrik Antoon Lorentz, 1853 – 1928)

Linearer Ansatz: $x = ax' + bt'$,

wegen Postulat (1): $x' = ax - bt$. Vorzeichenwechsel wegen Symmetrie bezüglich Zeitumkehr

(Physik)

$$(v \leftrightarrow -v')$$

(Mathematik)

Daraus: $v = \frac{dx}{dt} = \frac{b}{a}$.

Ferner: (Postulat (2)): $X = c_0 t$; $X' = c_0 t'$.

Einsetzen: $c_0 t = (ac_0 + b)t'$, $c_0 t' = (ac_0 - b)t$.

Elimination von t, t', b: $c_0^2 = a^2 c_0^2 - b^2$, $b^2 = a^2 v^2$.

$$c_0^2 = a^2 (c_0^2 - v^2).$$

Daraus:

$$a = \frac{1}{(1 - v^2/c_0^2)^{1/2}} = \gamma.$$

167

Lorentz – Transformationen

(v = v_x: Geschwindigkeit von S' gemessen in S)

$$x = \gamma (x' + vt'),$$

$$x' = \gamma (x - vt),$$

$$\gamma(v) = (1 - v^2/c_0^2)^{-1/2},$$

$$t = \gamma (t' + vx'/c_0^2),$$

$$t' = \gamma (t - vx/c_0^2).$$

$$y' = y, \quad z' = z$$

Für $v \ll c$ folgen die Galilei-Transformationen.

Fazit: Die Newtonsche Mechanik ist der Grenzfall der allgemeineren relativistischen Mechanik für kleine Geschwindigkeiten.

Addition von Geschwindigkeiten:

Ein Objekt habe die Geschwindigkeit u'_x in S'. Wie groß ist u_x in S?

$$u'_x = dx'/dt'$$

$$dx = \gamma(u'_x + v)dt', \quad dt = \gamma(1 + vu'_x/c_0^2)dt';$$

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{u'_x + v}{1 + vu'_x/c_0^2}.$$

Man sieht, daß für u'_x und v nahe bei c_0 die Geschwindigkeit u_x niemals $> c_0$ sein kann.

c_0 : Grenzgeschwindigkeit

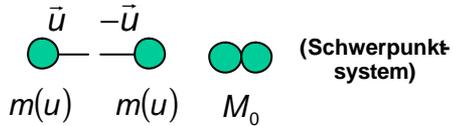
168

Relativistische Dynamik (Einstein, 1905)

Impulserhaltung gilt:

(Zwei gleiche Massen, inelastischer Stoß)

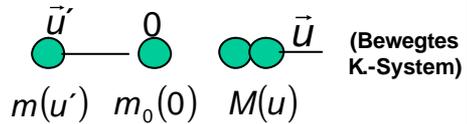
$\odot S_1$:



$$u' = \frac{2u}{1 + \frac{u^2}{c_0^2}}$$

$\odot S_2$:

($v = -u$)



Nach Newton: $m_0 u' = 2m_0 u$

falsch! Abhilfe durch geschwindigkeitsabhängige Masse:

$m(u') \cdot u' = M(u) \cdot u$. Außerdem Massenerhaltung: $m(u') + m_0 = M(u)$.

Nach Elimination von M folgt schließlich:

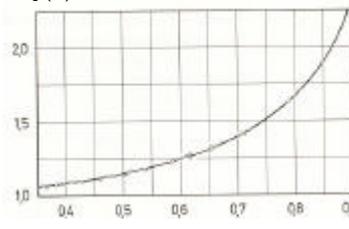
$$m(u) = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{u^2}{c_0^2}\right)^{\frac{1}{2}}} = g \cdot m_0$$

169

Relativistische Dynamik

$$m(u) = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{u^2}{c_0^2}\right)^{\frac{1}{2}}} = g \cdot m_0$$

$g = \frac{m_e(u)}{m_e(0)}$ (Für Elektronen:)



Entwickeln in Potenzreihe:

$$m(u) = m_0 \left(1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} = m_0 + \frac{1}{2} m_0 \left(\frac{u}{c}\right)^2 + \dots \quad \text{oder:}$$

$$m(u) \cdot c^2 = m_0 \cdot c^2 + \frac{1}{2} m_0 u^2 + \dots$$

Kinetische Energie

Gesamtenergie = Ruheenergie + Anteile der Bewegungsenergie

Daraus: $E_{ges.} = m(u) \cdot c_0^2 = g \cdot m_0 c_0^2$ Masse-Energie Äquivalent

170

Grenzen der Newtonschen Mechanik bei der Beschreibung der quantisierten Nano-Welt



Werner Heisenberg (1901 – 1976), hier 1925.

Die Newtonsche Mechanik ist vollständig deterministisch: Kennt man zu einem bestimmten Zeitpunkt Ort und Impuls eines Teilchens sowie die wirkenden Kräfte (und Momente), so kann man mit den bekannten Bewegungsgleichungen Ort und Impuls zu jedem späteren Zeitpunkt mit beliebiger Genauigkeit angeben. Die Erfahrung zeigt, daß dies für mikroskopisch kleine Teilchen (Atome, Moleküle, Elementarteilchen) prinzipiell **nicht** zutrifft.

Die in der atomaren Welt gültigen quantentheoretischen Gesetze lassen nur Wahrscheinlichkeitsaussagen über Ort und Impuls eines Teilchens zu. Diese haben zur Konsequenz, daß Ort x und Impuls p eines Teilchens prinzipiell nicht gleichzeitig mit beliebiger Genauigkeit zu bestimmen sind. x und p sind „Komplementäre Variable, (Observable)“. Es gilt für sie die **Heisenbergsche Unschärferelation (1927):**

171

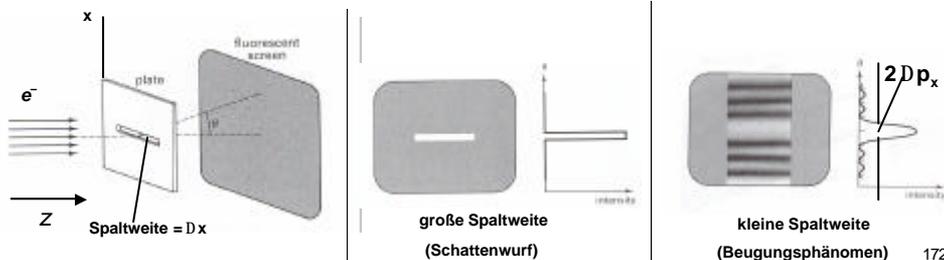
UNSCHÄRFERELATION

Die Unsicherheiten Δx und Δp bei der gleichzeitigen Bestimmung von Ort x und Impuls p eines quantenmech. Teilchens (z. B. Elektron) sind verknüpft durch die Beziehung:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{2\pi} = \hbar.$$

h : Plancksches Wirkungsquantum: $h = 6,6260755 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 6,6 \dots \cdot 10^{-34} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$

Beispiel: „Beugung“ von freien Elektronen an einem Spalt:



Beispiel für Elektronenbeugung:

$$\frac{1}{2} m_{e,0} v^2 = eU_b; \quad m_{e,0} v_z = p_z = \sqrt{2m_{e,0} eU_b}$$

Für Beschleunigungsspannung: $U_b = 100 \text{ V}$.

$$p_z = 5,40 \cdot 10^{-24} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}; \quad v_z = 0,593 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left(\approx \frac{c_0}{50} \right)$$

→ „Wellenlänge“ eines Elektrons im feldfreien Raum:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\lambda_{el} = 0,123 \text{ nm}$$

de Broglie-Beziehung

Dualismus von Teilchen und Welle

Ruhmasse des Elektrons:

$$m_{e,0} = 9,109 \dots \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

Elementarladung:

$$e = 1,602 \dots \cdot 10^{-19} \text{ As}$$



Prince Louis Victor de Broglie,
(1892 – 1987)

173

Im Wellenbild: Beugung von Licht am Spalt:

$$\sin \Theta = \frac{\lambda}{d}$$

Im Teilchenbild: Unschärfe für Photonen:

$$\sin \Theta = \frac{\Delta p_x}{p}$$

$$d = \Delta x$$

Es gibt **keine** Möglichkeit, den Winkel Θ , unter dem ein einzelnes Photon auf dem Schirm eintrifft, vorherzusagen. Es ist nur eine **Wahrscheinlichkeitsaussage** möglich.

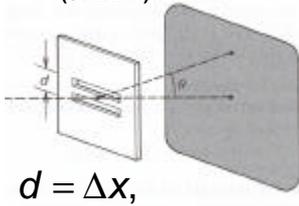
$$\frac{\lambda}{\Delta x} = \frac{\Delta p_x}{p}, \quad \Delta p_x \cdot \Delta x = I \cdot p = h$$

Bei komplementären Observablen (z. B. x, p_x) sind die zugehörigen Meßverfahren nicht miteinander verträglich, weil eine genaue Messung der einen Größe die Meßresultate der anderen beeinträchtigt.

174

Beugung am Doppelspalt (Thomas Young, 1802)

(Schema:)



$$d = \Delta x,$$

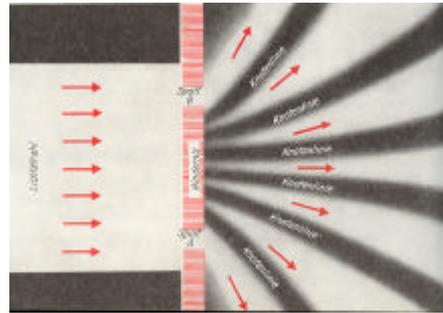
Position des 1. Minimums:

$$\sin \Theta = \frac{\lambda}{2d} = \frac{\Delta p_x}{p}.$$

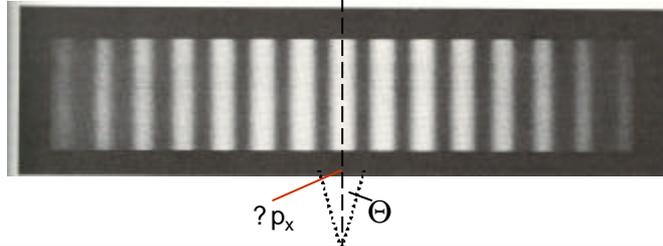
also:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = \frac{h}{2}.$$

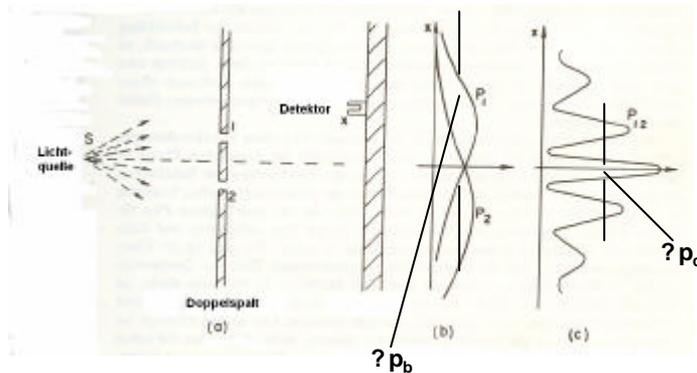
(Draufsicht)



(Beugungsbild auf dem Empfänger)



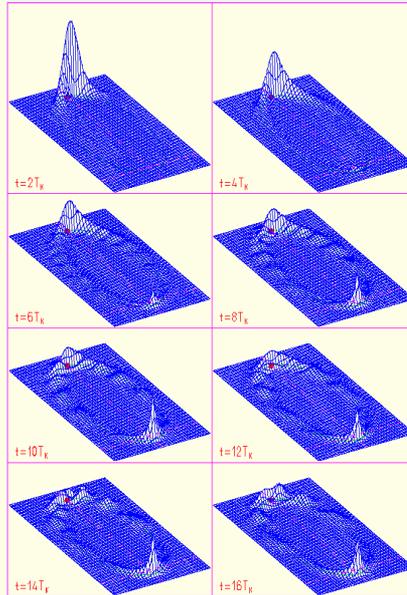
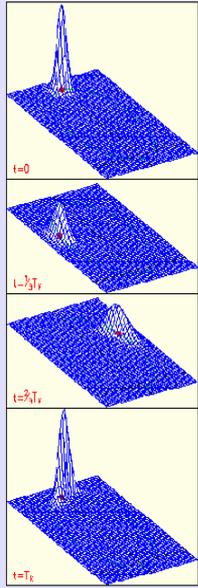
175



Intensitätsverteilung (b): Spalt 1 oder Spalt 2 ist abgedeckt. Δx gegeben durch Breite des Einzelspalt. Δx groß, Δp_b klein.

Intensitätsverteilung (c): Beide Spalte sind offen. Δx gegeben durch Abstand beider Einzelspalte. Δx klein, Δp_c groß. Wir können in diesem Falle **nicht** angeben, durch welchen Einzelspalt das Teilchen hindurchgetreten ist. Dieses Experiment erfordert eine Beschreibung der Teilchen durch eine "Wellenfunktion".

176



Zeitliche Verteilung der quantenmechanischen Wahrscheinlichkeitsdichte in der Keplerebene für Vielfache der Kepler-Periode T_K eines Teilchens auf einer klassischen Kepler-Bahn, ($0 = T_K = 16$). Die Verteilung verbreitert sich von Periode zu Periode, bei Überlappung setzt Interferenz ein.

177

„Bohrsches Komplementaritätsprinzip“

Verknüpfung der Klassischen Physik mit der Quantenphysik:

„Bohrsches Korrespondenzprinzip“

Die experimentell prüfbaren Aussagen der Quantentheorie gehen im Limes großer Quantenzahlen, bzw. bei Wirkungen (Dim.: Energie x Zeit) groß gegen h asymptotisch in die Aussagen der klassischen Theorie über.

Andere Formulierung: Im Limes $h \rightarrow 0$ gehen die Aussagen der Quantentheorie in diejenigen der klassischen Physik über.

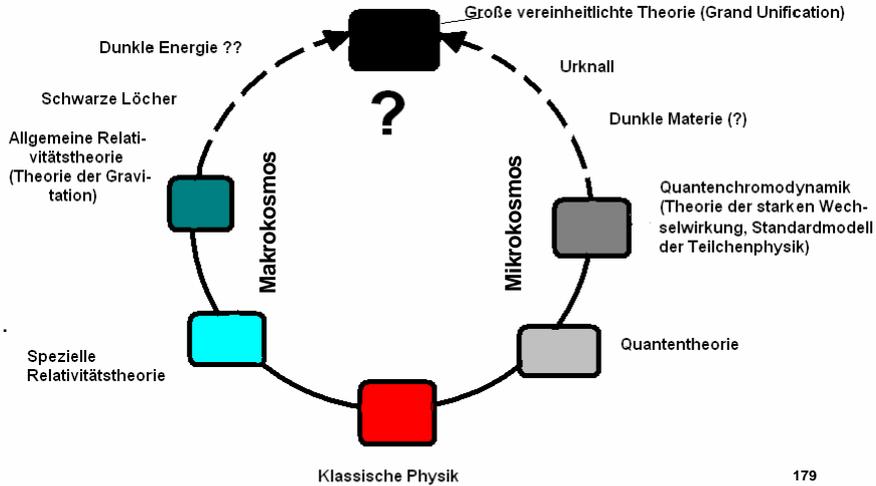


Niels Bohr (1885 – 1962)
Kopenhagen

178

Grundsätzliche Probleme der heutigen Physik:

Die Vereinheitlichung der Naturkräfte



179

Elementarteilchen aus der Sicht des Standardmodells und der Quanten-Chromodynamik.



Proton (p)



Neutron (n)



positives Pion

Quark	Masse	Spin	Elektr. Ladung
u	- 4 MeV	1/2	2/3 e
d	- 7 MeV	1/2	- 1/3 e
s	- 0,15 GeV	1/2	- 1/3 e

$$M = E / c^2; \quad 1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Leptonen:

	Elektron	μ -Meson	Tau	Elektron-Neutrino	Myon-Neutrino	Tau-Neutrino
Massen:	0,5 MeV	0,1 GeV	1,8 GeV	$\sim 3\text{eV}$	< 0,2 MeV	< 0,018 GeV

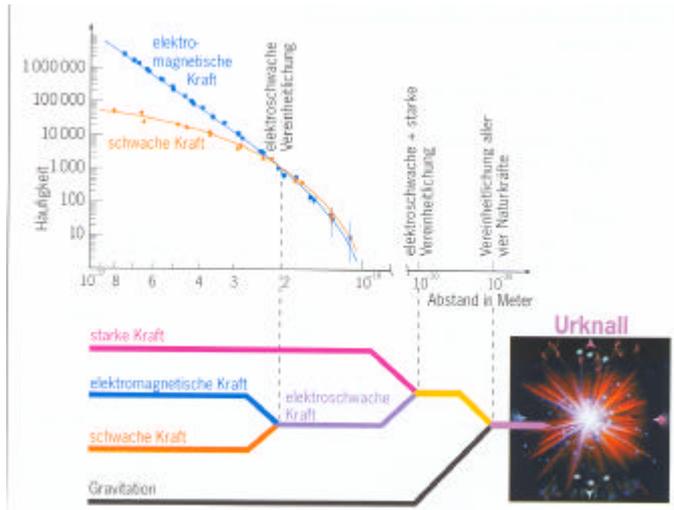
Quarks: Up Down Charm Strange Top Bottom

Massen: - 0,004 GeV - 0,007 GeV - 1,3 GeV - 0,15 GeV - 174 GeV - 4,2 GeV

Austauschteilchen der Wechselwirkungen →	Gluon	Photon	W- und Z-Boson	Graviton (hypothetisch)
Träger der	starken Kraft	elektro-mag. Kraft	schwachen Kraft	Gravitation
Wirkt auf....	Quarks u. Gluon	Quarks, geladene Leptonen u. W-Bos.	Quarks u. Leptonen	alle Teilchen
Verantwortlich für....	Zusammenhalt von p, n, Kernen	Chemie, Elektrizität u. Magnetismus	Radioaktivität u. Sonnenprozesse	Zusammenhalt der Erde, Planetensysteme

180

Die Vereinheitlichung der Naturkräfte



Häufigkeit der Teilchenreaktionen der elektromagnetischen und der schwachen Wechselwirkung. Für Teilchenabstände (d.h. Impulsüberträge), die größer sind als die Reichweite der schwachen Kraft ($2 \cdot 10^{-18}$ m), treten elektro-magnetische Reaktionen wesentlich häufiger auf als schwache Reaktionen. Für kleinere Abstände sind beide Reaktionen etwa gleich häufig – die beiden Kräfte sind zur elektroschwachen Kraft vereinheitlicht. Für noch kleinere Abstände sollten sich alle vier Naturkräfte zu einer Urkraft vereinigen, die am Beginn des Universums unmittelbar nach dem Urknall bei höchster Materiedichte geherrscht hat.