

Scheinkräfte in rotierenden Bezugssystemen

Rotierende Koordinatensysteme sind wegen der auftretenden Zentripetalbeschleunigung keine Inertialsysteme. Für den Beobachter im rotierenden System, der von der Rotation nichts „weiß“, treten „unerklärliche“ Kräfte auf: Scheinkräfte (vgl. Trägheitskräfte bei geradliniger Bewegung).

Das ungestrichene System ruht (Inertialsystem), das gestrichene System dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit \vec{w} . u : Umfangsgeschwindigkeit. Beide Systeme haben den gleichen Koordinaten-Ursprung.

Transformation der Geschwindigkeiten: (siehe Folie „Winkelgeschwindigkeit“, Nr. 186)

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u} = \vec{v}' + \vec{w} \times \vec{r}; \quad \vec{u} = \vec{w} \times \vec{r};$$

$$\text{Winkelbeschleunigung } \vec{a}: \quad \vec{a} = \vec{w} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{w} \times \vec{u}, \quad |\vec{a}| = w^2 r = \frac{u^2}{r}.$$

($|\vec{w}| = \text{const.}$)

Dieser Beschleunigung entspricht die zum Zentrum gerichtete Zentripetalkraft $\vec{F}_{Zp} = m\vec{a} = m(\vec{w} \times \vec{u})$, die den Massenpunkt m bezüglich des ruhenden Beobachters auf der Kreisbahn hält. Diese Kraft kompensiert die entgegengesetzt gerichtete **Scheinkraft (Zentrifugalkraft)**:

$$\vec{F}_{Zf} = -m(\vec{w} \times \vec{u}); \quad F_{Zf} = m \frac{u^2}{r} = m w^2 r = m w u.$$

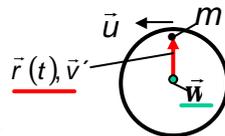
210

Zur Corioliskraft:

Ändert bei $\omega = \text{const.}$ der Massenpunkt m seinen Abstand r vom Zentrum ($r = r(t)$), so muß sich sein Drehimpuls $\vec{L} = m r^2 \vec{w}$ ändern. Dazu muß eine Kraft F_C ($\perp |\vec{r}|$) auf m wirken, d.h. ein Drehmoment $M_C = r \cdot F_C$.

$$\vec{M}_C = \vec{r} \times \vec{F}_C = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt} (m r^2 \vec{w}).$$

$$F_C = 2 m w \frac{dr}{dt} = 2 m w v' = m a_C. \quad \vec{e}_{F_C} = \vec{e}_w \times \vec{e}_r.$$



Wird diese Kraft F_C nicht aufgebracht, so scheint m für den mitrotierenden Beobachter unter dem Einfluß einer **Scheinkraft $-F_C$ (— Corioliskraft)** von der geradlinigen Bahn abzuweichen. Die Corioliskraft wirkt stets senkrecht zu \vec{v}' .

Zusammenfassung:

(Scheinkräfte!)

$$\vec{a}' = \vec{a} + \underbrace{2(\vec{v}' \times \vec{w})}_{\text{Coriolisbeschleunigung}} + \underbrace{\vec{w} \times (\vec{r} \times \vec{w})}_{\text{Zentrifugalbeschleunigung}}$$

Coriolisbeschleunigung

Zentrifugalbeschleunigung

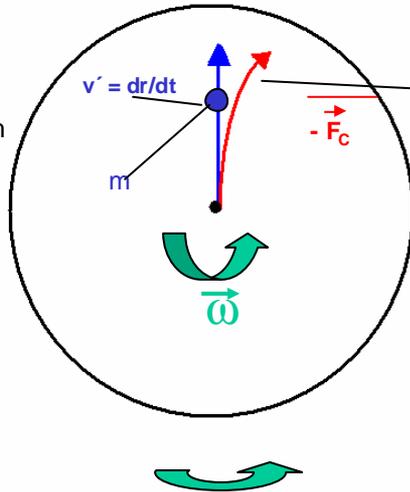
Versuch: Rollende Kugel mit rotierender Kamera beobachtet.

211

Corioliskraft ($-F_C$): (Scheinkraft auf m für den mitrotierenden Beobachter)

$$F_C = ma_C = 2mvw, \quad a_C = \text{const.}; \quad \vec{e}_{-F_C} = \vec{e}_v \times \vec{e}_w.$$

Für den ruhenden Beobachter führt m eine gleichförmige geradlinige Bewegung aus.



Bahn des Massenpunktes m für den rotierenden Beobachter unter dem Einfluß der Scheinkraft $-F_C$. (i.a. Kreisbahn, Wurfparabel solange Abweichung von v' von der Geraden gering ist.)

189

Foucault-Pendel

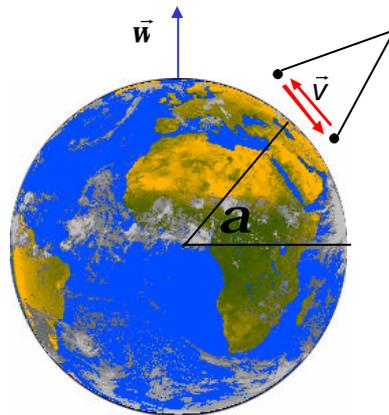
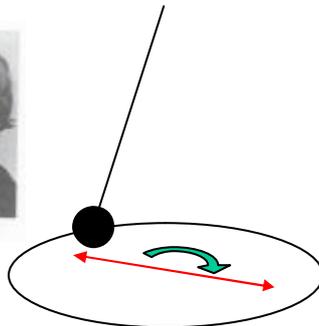
Ein Pendel wird durch die Corioliskraft abgelenkt. α : geograph. Breite.

Am Nordpol Effekt am größten,

am Äquator keine Ablenkung, $\vec{v} \parallel \vec{w}$.



J. B. L. Foucault
(1819 – 1868)



Foucault's Original experiment: 1850 in Paris (Panthéon)

Pendellänge 67 m, Kupferkugel 28 kg,

Schwingungsdauer 16,4 s.

213

Berechnung der Ablenkung: (a : geographische Breite)

Nach der Zeit Δt :

$$\vec{s} = \vec{v} \Delta t$$

$$\vec{d} = \frac{1}{2} \vec{a}_C \Delta t^2$$

mit Coriolisbeschleunigung:

$$\vec{a}_C = 2(\vec{v} \times \vec{\omega}) = 2vw \sin a$$

folgt:

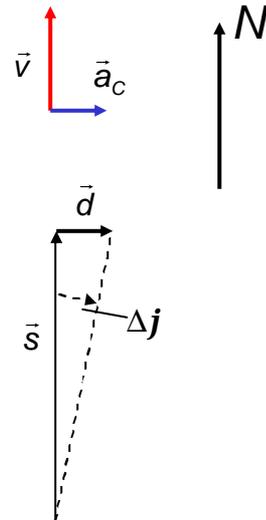
$$\vec{d} = \frac{1}{2} (2vw \sin a) \Delta t^2$$

Ablenkwinkel:

$$\Delta j = \frac{d}{s} = \frac{vw \sin a \Delta t^2}{v \Delta t}$$

Winkelgeschwindigkeit der Pendeldrehung:

$$w_p = \frac{\Delta j}{\Delta t} = w \cdot \sin a$$

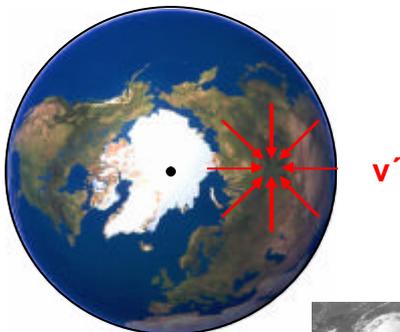


214

Corioliskraft und Wetter

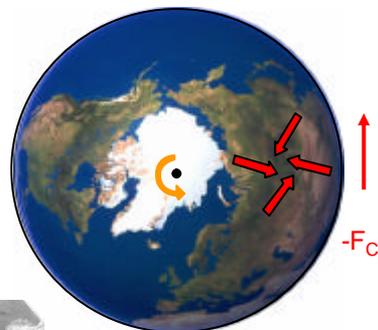
Luft strömt in ein Tiefdruckgebiet hinein

Sicht auf Nordpol



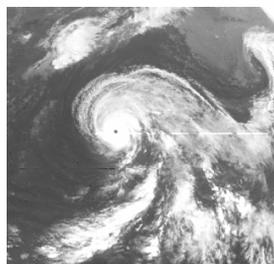
ohne Corioliskraft

Sicht auf Nordpol



mit Corioliskraft

Verhältnisse auf der
Südhälfte entgegengesetzt.



$$-\vec{F}_C = 2m(\vec{v}' \times \vec{\omega})$$

215

Moderne präzise Messungen zur Erddrehung

Quadratischer Laserresonator.

Ein Lichtstrahl läuft mit der Erdrotation,
der andere gegenläufig. (Mitführung)

Es wird der Wellenlängen- bzw. Frequenz-
unterschied beider Strahlen gemessen.

300Hz Schwebung bei Grundfrequenz $4 \cdot 10^{14}$ Hz

Größe: 4m x 4 m,

Gewicht: 9 t

erforderliche Stabilität: ± 1 nm

(Beachte thermische Ausdehnung!)

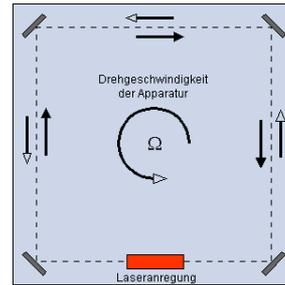
Ultrahochvakuum

Genauigkeit der Messung:

10^{-9} der Erddrehung

Umdrehungszeit auf : ± 0.1 ms

Position der Pole auf : ± 3 cm



216

Gleichgewichtsorgan des Menschen im Innenohr:

Drei orthogonale flüssigkeitsgefüllte Bogengänge (1-3).

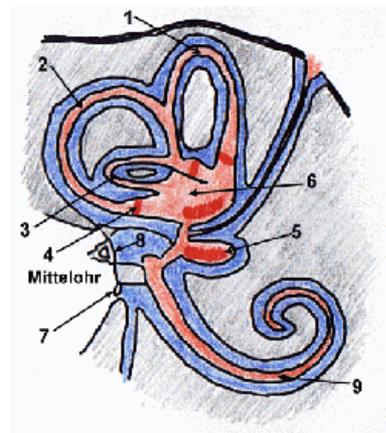
Flüssigkeit ruht annähernd bei Drehung.

Flüssigkeit dreht sich mit → Schwindel.

Erweiterungen in den Bogengängen (4-6)
mit Sensoren für Fließgeschwindigkeit.

Kleine Kalksteinchen an Sinneshaaren
in gallertartiger Masse messen zusätzlich
lineare Beschleunigungen (5-6).

(auch Richtung der Erdbeschleunigung)



1 vorderer Bogengang
2 hinterer Bogengang
3 horizontaler Bogengang

4 Ampulle
5 Sacculus
6 Utriculus

7 rundes Fenster
8 ovales Fenster
9 Cortisches Hörorgan
(= Schnecke)

217