Kreisel

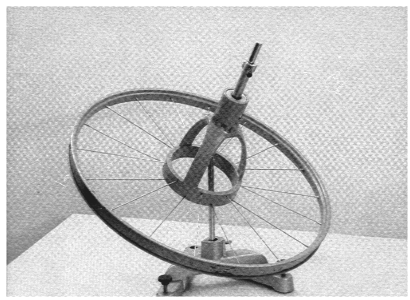
Nur Betrachtung von symmetrischen Kreiseln.

Zwei Hauptträgheitsmomente sind gleich: $J_a=J_b<J_c$ oder $J_a<J_b=J_c$

Rotationssymmetrische Objekte sind symmetrische Kreisel.

Symmetrieachse (Figurenachse) ist immer größte oder kleinste Hauptträgheitsachse.

Kreisel mit J_c maximal bzgl. Figurenachse laufen besonders stabil.

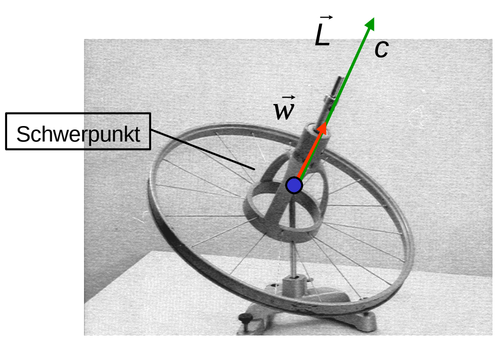


Kräftefreier Kreisel

Ist ein Kreisel im Schwerpunkt punktförmig gelagert, dann ist die Achse frei drehbar. ? Keine Translation, keine Drehmomente, ? kräftefrei.

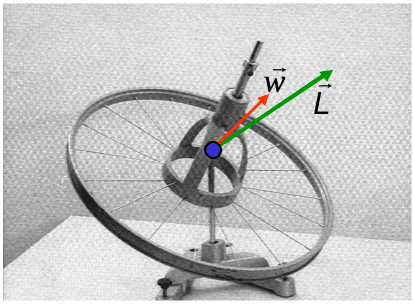
Figurenachse des Kreisels ist freie Achse, weil Hauptträgheitsachse.

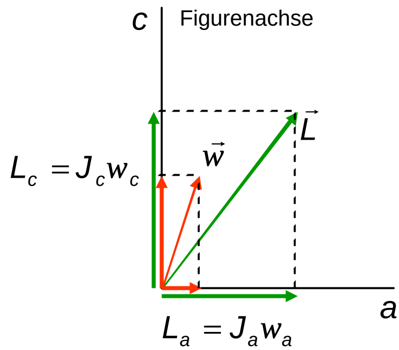
Wenn Rotation um Figurenachse c, dann: $\vec{w} \parallel \vec{L}$



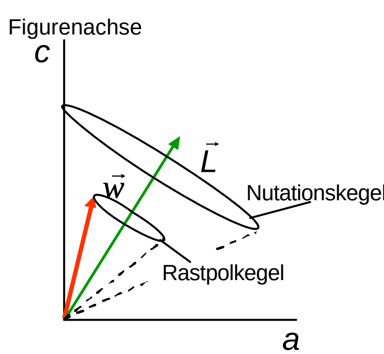
Nutation

Durch kurze äußere Einwirkung (z.B. Stoß $\perp$ c) wird Richtung von $\vec{L}$ geändert.
Danach: $\dot{\vec{L}} = 0$, $\vec{L} = const.$
Richtung von Drehimpuls, momentaner Winkelgeschwindigkeit $\vec{w}$ und Figurenachse sind verschieden, nur $\vec{L}$ ist raumfest.





Die Richtung von $\vec{L}$ ist konstant (raumfest).
Die Richtung der Figurenachse kreist um die Drehimpulsrichtung
$\rightarrow$ **Nutation** (Figurenachse bewegt sich auf dem Nutationskegel)
Die Richtung der momentanen Drehachse kreist um die Drehimpulsrichtung (Rastpolkegel)



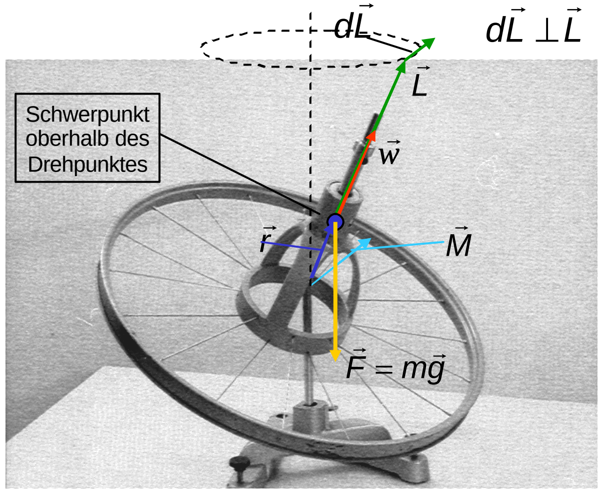
Die komplizierte Bewegung ist notwendig, um den Drehimpuls zu erhalten.

Präzession

Ein Kreisel, auf den äußere Drehmomente (Kräfte) wirken, präzediert.
Insbesondere meint man Drehmomente auf die Figurenachse,
die die Richtung, aber nicht den Betrag des Drehimpulses ändern.

$$d\vec{L} \perp \vec{L}$$

Kreisel ist jetzt unterhalb seines Schwerpunktes gelagert.

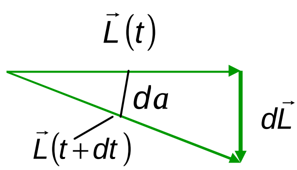


$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M},$$

$$\vec{M} \perp \vec{L}.$$

Die Figurenachse präzediert auf einem Kegelmantel um die vertikale Achse mit ω_P.

Berechnung der Präzessionsfrequenz eines symmetrischen Kreisels:

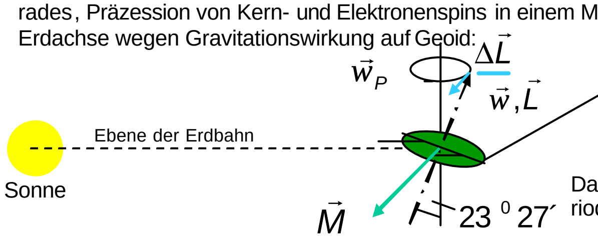


In der Zeitspanne dt hat sich $\vec{L}$ um da gedreht, daraus:

$$w_P = \frac{da}{dt}, \qquad w_P: \text{ Präzessionsfrequenz}$$

Mit $da = \dfrac{dL}{L}$ wird: $w_P = \dfrac{1}{L} \cdot \dfrac{dL}{dt} = \dfrac{M}{L} = \dfrac{M}{Jw}.$

Beispiele für Präzessionsbewegungen von Kreiseln: Stabilisierung der Fahrt eines Fahrrades, Präzession von Kern- und Elektronenspins in einem Magnetfeld. Präzession der Erdachse wegen Gravitationswirkung auf Geoid:

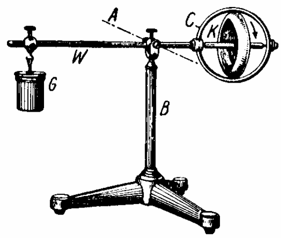


(Schiefe der Ekliptik)

$\vec{M}, \Delta\vec{L} \perp w, \vec{L}$

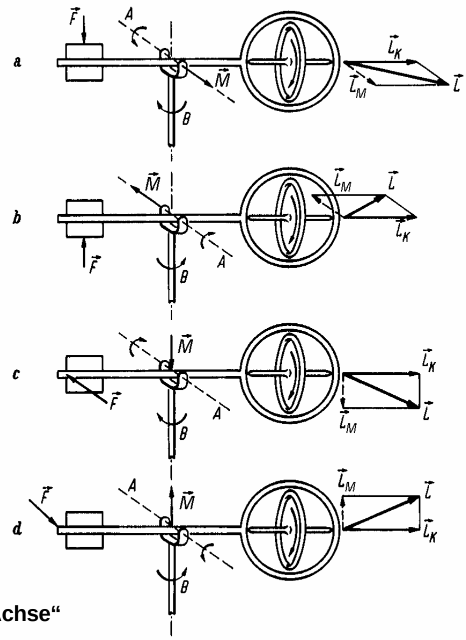
Dauer einer Präzessions-Periode der Erde: ~ 25 700 Jahre.

Veranschaulichung am Gyroskop



$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{M}$$

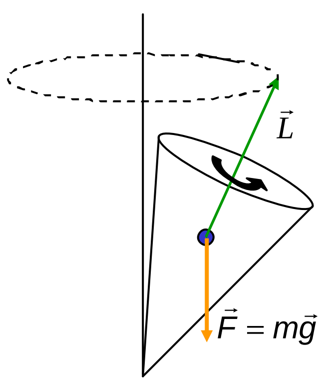
Es ist: $\Delta\vec{L} = \vec{L}_M = \vec{M}\,\Delta t.$

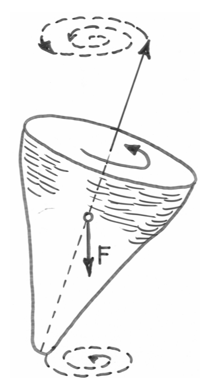


Ausweichen des Kreisels um „dritte Achse“

Versuch: Kinderkreisel

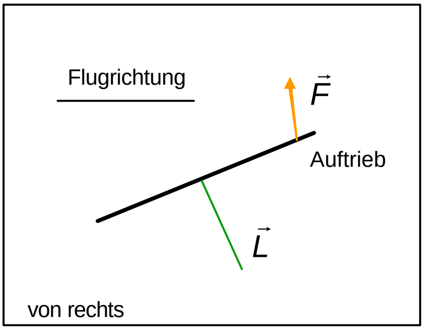
Ein Kinderkreisel richtet sich nach einer Weile auf.

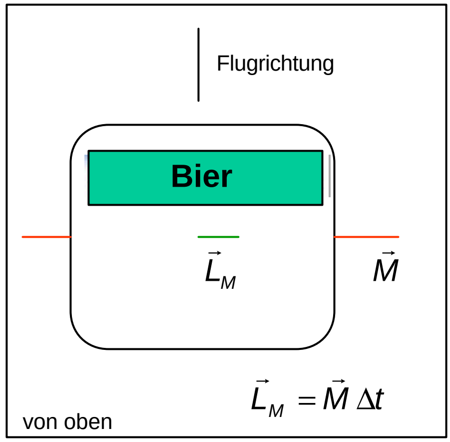


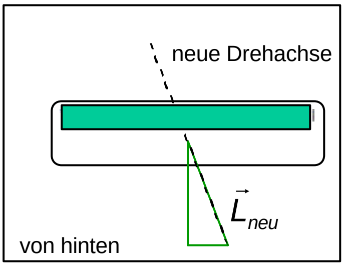


Fuß des Kreisels ist nicht spitz. Durch das Abrollen auf der Unterlage (Reibung) wird die Präzession beschleunigt. (vgl. Gyroskop Bild d)
Die für das Anheben des Schwerpunktes notwendige Energie wird der Rotation entzogen.

Versuch: Bierdeckelwerfen



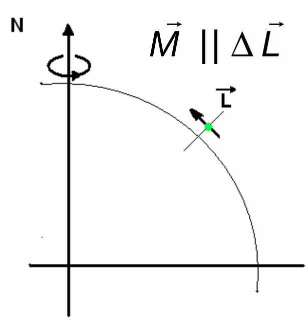




Der anfangs waagerecht fliegende Bierdeckel kippt während des Fluges nach links

Andere Beispiele: Stabilisierung der Flugbahn beim Diskuswurf, Schleudern von Steinen über Wasseroberfläche.

Kreiselkompaß



Der Kreisel kann nicht um die grün gezeichnete Achse drehen (blockiert). Nur wenn die Figurenachse des Kreisels nicht nach Norden zeigt, verbleibt eine Komponente von ?L, die die Ausrichtung in die Nord-Süd-Richtung bewirkt.

(Hier Kreisel in der Endstellung gezeichnet)